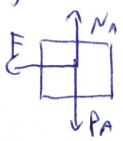
(12) Una plataforma B de masa m_B e inicialmente en reposo puede resbalar sin rozamiento sobre una superficie horizontal. Un bloque A de masas m_A se mueve sobre la plataforma con velocidad v_0. Entre A y B hay una fuerza de rozamiento de valor F. Entonces, la velocidad de A va disminuyendo y B se pone en movimiento aumentando su velocidad hasta que ambos cuerpos se mueven a la misma velocidad v_f. Hallar dicha velocidad y las distancias recorridas por A y B medidas respecto a la superficie horizontal desde el instante inicial hasta que se igualan las velocidades.

a) Con fuerzas. Hacemos el DCL de ambos cuerpos.

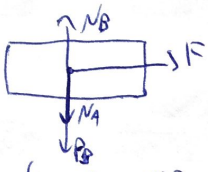
(A)



$\sum F_y = N_A - P_A = 0$

$\sum F_x = -F = m a_A \Rightarrow a_A = -\frac{F}{m_A}$

(B)



$\sum F_x = F = m_B a_B \Rightarrow a_B = \frac{F}{m_B}$

$\sum F_y = N_B - N_A - P_B = 0$

Hallamos la expresión de la velocidad en A:

$$-\frac{F}{m} = a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \int_{v_{0A}}^{v_f} dv = -\frac{F}{m}\int_0^t dt \Rightarrow v_f - v_{0A} = -\frac{F}{m_A}t \quad [I]$$

Y la misma para B: $a_B = \frac{F}{m_B} \Rightarrow v_f - \cancel{v_{0B}}^{\,0} = \frac{F}{m_B}t \quad [II]$

Igualamos v_f en las ecuaciones [I] y [II] y los igualamos entre sí:

$$v_0 - \frac{F}{m_A}t = \frac{F}{m_B}t \Rightarrow t = \frac{v_{0A}(m_B m_A)}{F(m_A+m_B)}$$

Sustituimos el tiempo en [I]: $\boxed{v_f = -\frac{\cancel{F}}{\cancel{m_A}}\cdot\frac{v_{0A}(m_B \cancel{m_A})}{\cancel{F}(m_A+m_B)} + v_0 = v_0\left(\frac{m_A+\cancel{m_B}-\cancel{m_B}}{m_A+m_B}\right)}$ $\left[\frac{m}{s^2}\right]$

Ahora hallamos x_A y x_B con la expresión $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^t v\,dt = \int_0^{x_A} dx \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{x_A} = \int_0^t\left(v_0 - \frac{F}{m_A}t\right)dt = v_0 t - \frac{F}{m_A}\frac{t^2}{2} = v_0\cdot\frac{v_0 m_B m_A}{m_B+m_A} - \frac{\cancel{F}}{\cancel{m_A}}\cdot\frac{v_0^2 m_A^{\cancel{2}} m_B^2}{\cancel{F^2}(m_A+m_B)^2} =$$

$$= \frac{v_0^2 m_B m_A (m_B+m_A)F - 2v_0^2 m_A m_B^2}{(m_A+m_B)^2 F} = \frac{F v_0^2 m_B^2 m_A + F v_0^2 m_B m_A^2 - 2v_0^2 m_A m_B^2}{F(m_A+m_B)^2} =$$

$$= \boxed{\frac{F v_0^2 m_B m_A^2 + v_0^2 m_B^2 m_A (F-2)}{F(m_A+m_B)^2}} \quad [m]$$

$$\boxed{x_B} = \int_0^t \frac{F}{m_B}t\,dt = \frac{F}{m_B}\cdot\frac{t^2}{2} = \frac{\cancel{F}}{\cancel{m_B}}\cdot\frac{v_0^2 m_A^2 m_B^{\cancel{2}}}{\cancel{F^2}(m_A+m_B)^2} = \boxed{\frac{v_0^2 m_A^2 m_B}{F(m_A+m_B)^2}} \quad [m]$$

b) Con energías

$$W_{F\,\text{sobre}\,A} = \int_0^{x_A} \vec{F}\,d\vec{x} = -Fx_A = W_T = \Delta K_A = K_{AF} - K_{A0}$$

$$W_{F\,\text{sobre}\,B} = \int_0^{x_B} \vec{F}\,d\vec{x} = Fx_B = W_T = \Delta K_B = K_{BF} - \cancel{K_{B0}}^{\,0}$$

Viendo el sistema al completo la conservación de la energía se mantiene: $\Delta K_A = \Delta K_B$